عمر الخيام

(1048–1131 CE / 440–517 AH)

رسالة في براهين الجبر والمقابلة

صناعة الجبر والمقابلة

ترجمة عربية مع الحفاظ على الرموز الرياضية الحديثة

Arabic Translation with Modern Mathematical Notation

يشتمل على تصنيف المعادلات التكعيبية والحلول الهندسية باستخدام القطوع المخروطية

Based on the Lahore Manuscript (13th Century)

(Smith Oriental MS 45, Columbia University Rare Book Library)

هذا الكتاب يقدم نسخة مصنفة من عمل عمر الخيام في الجبر،

وهو من أبرز الإنجازات في الرياضيات الإسلامية الوسطى.

يتضمن المعالجة الأولى المنهجية للمعادلات التكعيبية،
حيث تم حل جميع الأصناف الخمسة والعشرين باستخدام القطوع المخروطية.

Contents

0.1 المقدمة 4
0.1.1 مقدمة المؤلف 4
0.1.2 في طبيعة هذه الرسالة 4
0.2 تعريفات الكميات الأساسية 5
0.2.1 الجذر (الشيء) 5
0.2.2 المال (المربع) 5
0.2.3 تصنيف الأجناس الجبرية 5
0.3 تصنيف المعادلات 6
0.3.1 المعادلات القابلة للحل بالطرق الحسابية أو الإقليدية 6
0.3.2 المعادلات التكعيبية غير القابلة للاختزال (الأصناف الأربعة عشر) 7
0.4 في الحل الهندسي للمعادلات التكعيبية 8
0.4.1 المبرهنة الأساسية (القضية التمهيدية) 8
0.4.2 حل "كعب وجذور يساويان عدداً" ($x^3 + cx = d$) 8
0.5 الأصناف الباقية غير القابلة للاختزال 10
0.5.1 ملخص أزواج القطوع المخروطية لكل صنف 10
0.5.2 في وجود الحلول وتعددها 10
0.5.3 الصنف الخامس والعشرون: كعب يساوي أموالاً وجذوراً وأعداداً 10
0.6 مسائل وتطبيقات 12
0.6.1 قسمة عشرة إلى جزأين 12
0.6.2 في مضاعفة المكعب 12
0.7 كلمات ختامية 13
ملاحظة المحرر 14

0.1 المقدمة

والشعر والفلك الرياضيات علماء أبرز من ،غياث الدين أبو الفتح عمر بن إبراهيم الخيامي النيسابوري الكامل اسمه ،عمر الخيام في رائدة أعمالاً أنتج حيث وأصفهان، سمرقند في حياته معظم وقضى م، 1048 عام نيسابور في وُلد الوسيط. الإسلامي العالم في والفلك. الرياضيات

بما الخيام يقوم العمل، هذا في المبكر. الإسلامي الجبر ذروة)صناعة الجبر والمقابلة(رسالة في براهين الجبر والمقابلة تُعد يلي:

- تقديم تعريفات دقيقة للكميات الأساسية في الجبر
- تصنيف جميع المعادلات حتى الدرجة الثالثة إلى خمسة وعشرين صنفاً
- حل أربعة عشر معادلة تكعيبية غير قابلة للاختزال باستخدام التراكيب الهندسية بالقطوع المخروطية
- التمييز بين الحلول الحسابية والحلول الهندسية

خلال ومن ،شرف الدين الطوشي فيهم بما اللاحقين الرياضيين في بعمق أثرت م، 1079 عام حوالي ألفها التي الرسالة، هذه الغرب. في الجبر تطوير في ساهمت الأوروبية، اللغات إلى الترجمات

0.1.1 مقدمة المؤلف

ومحدوديتهم: سابقيه بإنجازات فيها يعترف بمقدمة رسالته الخيام يفتح

مقدمة المؤلف

الحمد لله رب العالمين، والعاقبة للمتقين، ولا عدوان إلا على الظالمين، وصلى الله على سيدنا محمد وآله أجمعين.

الحمد لله رب العالمين، والعاقبة للمتقين، ولا عدوان إلا على الظالمين، وصلِّ الله على سيدنا محمد وآله أجمعين.

أما بعد، فإني قد سبقني في هذا الفن جماعة من أهل العلم، قدموا فيه أصناف المسائل، وبينوا فيه أصول المسائل، وبرهنوا على بعضها، ولم يتفق لهم برهان على البعض، ولم يفرقوا فيها بين ما يمكن أن يوجد بالقطوع المخروطية، وبين ما لا يمكن أن يوجد إلا بأساليب هندسية أخرى. وقد أملت أن أجمع هذا العلم في رسالة، وأبين فيها أصناف المسائل على وجه التمييز، وأضع لكل صنف برهاناً صحيحاً، وذلك أمر لم يسبقني إليه أحد من المتقدمين.

الآن: في هذا الفن سبقني مجموعة من أهل العلم، قدموا فيه أصناف المسائل، وبينوا فيها أصول المسائل، وبرهنوا على بعضها، ولكن لم ينجحوا في إثباتها جميعاً؛ ولم يميزوا بين ما يمكن إيجاده بالقطوع المخروطية وما لا يمكن إيجاده إلا بطرق هندسية أخرى. لقد رغبت في جمع هذا العلم في رسالة، وتوضيح أصناف المسائل مع التمييز الصحيح، ووضع برهان صحيح لكل صنف — وهذا شيء لم يسبقني إليه أحد من السابقين.

0.1.2 في طبيعة هذه الرسالة

يُعرف الخيام الجبر بأنه "علم المعادلات" (علم المعادلات). ويميز بعناية بين:

1. المعادلات البسيطة: التي يمكن اختزالها إلى أشكال خطية أو تربيعية، وتحل بالطرق الحسابية أو الإقليدية
2. المعادلات التكعيبية: التي تتطلب تراكيب القطوع المخروطية (غير القابلة للاختزال)

فنقول: إن الجبر والمقابلة علم يُستخرج به المجهول من المعلوم المفروض، إذا كان بينهما نسبة تقتضي ذلك. وهذا العلم يتضمن الأعداد والجذور والأموال والكعاب.

نقول: الجبر والمقابلة علم يُستخرج به المجهول من المعطى المعروف، عندما تكون هناك علاقة تتطلب ذلك. وهذا العلم يشمل الأعداد والجذور والأموال والكعاب.

0.2 تعريفات الكميات الأساسية

يبدأ الخيام بتعريفات دقيقة للكميات الجبرية، مستمراً وموسعاً لتقاليد الخوارزمي:

> أصل هذا العلم: أن العدد المفرد هو ما لا ينسب إلى جذر، ولا إلى مال، ولا إلى كعب، ولا إلى ما يتركب منها.
>
> أساس هذا العلم هو: العدد البسيط هو ما لا ينسب إلى جذر ولا إلى مال ولا إلى كعب ولا إلى ما يُركب منها.

0.2.1 الجذر (الشيء)

والجذر هو كل شيء مضروب في نفسه من الواحد وما فوقه من الأعداد، وما دونه من الكسور. فإذا ضرب في نفسه فهو مال، وإذا ضرب المال في الجذر فهو كعب، وإذا ضرب الكعب في الجذر فهو مال مال، وإذا ضرب مال المال في الجذر فهو مال كعب، وإذا ضرب مال الكعب في الجذر فهو كعب كعب.

الجذر هو كل كمية مضروبة في نفسها، بدءاً من الواحد وأعلى في الأعداد الصحيحة، وأقل في الكسور. إذا ضُرب في نفسه فهو مال؛ وإذا ضُرب المال في الجذر فهو كعب؛ وإذا ضُرب الكعب في الجذر فهو مال مال؛ وإذا ضُرب مال المال في الجذر فهو مال كعب؛ وإذا ضُرب مال الكعب في الجذر فهو كعب كعب.

0.2.2 المال (المربع)

والمال هو ما ينتج من ضرب الجذر في نفسه. والكعب هو ما ينتج من ضرب المال في الجذر. وما فوق الكعب فهو مركب من هذه الأجناس.

المال هو ما ينتج من ضرب الجذر في نفسه. الكعب هو ما ينتج من ضرب المال في الجذر. وما فوق الكعب فهو مركب من هذه الأجناس.

0.2.3 تصنيف الأجناس الجبرية

يعدّ الخيام الأجناس البسيطة والمركبة بشكل منهجي:

الحديثة الرموز	اللاتيني الاسم	**الحدود الجبرية**
x	jidhr / radix	جذر
x^2	māl	مال
x^3	kaʿb	كعب
x^4	māl māl	مال مال
x^5	māl kaʿb	مال كعب
x^6	kaʿb kaʿb	كعب كعب

في هذا التصنيف، نرى بوضوح التقدم الذي أحرزه الخيام عن سابقيه. فبينما اقتصرت أعمال الخوارزمي على الأجناس حتى الكعب، توسع الخيام في الأجناس المركبة وأعطى لها أسماء واضحة ومنهجية.

0.3 تصنيف المعادلات

يشكل هذا القسم قلب رسالة الخيام. يصنف جميع المعادلات حتى الدرجة الثالثة إلى خمسة وعشرين صنفاً. وبالاتباع لعوائد عصره، تكون جميع المعاملات موجبة، فتُعتبر معادلات مثل $x^3 + cx = bx^2 + d$ و $x^3 + bx^2 = cx + d$ من أصناف مختلفة.

0.3.1 المعادلات القابلة للحل بالطرق الحسابية أو الإقليدية

المعادلات البسيطة (الأصناف 1–6)

تتكون المجموعة الأولى من المعادلات الخطية والتربيعية، التي تحل بدون القطوع المخروطية:

1. الجذور تساوي الأعداد — جذور تساوي أعداداً: $bx = c$
2. الأموال تساوي الجذور — أموال تساوي جذوراً: $x^2 = bx$
3. الأموال تساوي الأعداد — أموال تساوي أعداداً: $x^2 = c$
4. الأموال والجذور تساوي الأعداد — أموال وجذور تساوي أعداداً: $x^2 + bx = c$
5. الأموال والأعداد تساوي الجذور — أموال وأعداد تساوي جذوراً: $x^2 + c = bx$
6. الجذور والأعداد تساوي الأموال — جذور وأعداد تساوي أموالاً: $bx + c = x^2$

كانت هذه الأصناف الستة معروفة منذ الخوارزمي وتحل بالطرق الابتدائية.

المعادلات التكعيبية الحدية (الأصناف 7–12)

وأما الكعاب والأموال والجذور التي لا تختلف فيها الأجناس، فإنها تنقسم إلى اثني عشر نوعاً: منها ما يحل بالجبر، ومنها ما يحل بالقطوع المخروطية.

7. الكعب يساوي المال — كعب يساوي مالاً: $x^3 = bx^2$
8. الكعب يساوي الجذر — كعب يساوي جذراً: $x^3 = cx$
9. الكعب يساوي العدد — كعب يساوي عدداً: $x^3 = d$
10. المال يساوي الكعب — مال يساوي كعباً: $bx^2 = x^3$
11. الجذر يساوي الكعب — جذر يساوي كعباً: $cx = x^3$
12. العدد يساوي الكعب — عدد يساوي كعباً: $d = x^3$

هذه المعادلات الحدية تختزل إلى أشكال أبسط بالقسمة.

المعادلات الثلاثية القابلة للاختزال (الأصناف 13–16)

13. الكعاب والأموال تساوي الجذور — كعاب وأموال تساوي جذوراً: $x^3 + bx^2 = cx$
14. الكعاب والجذور تساوي الأموال — كعاب وجذور تساوي أموالاً: $x^3 + cx = bx^2$
15. الأموال والجذور تساوي الكعاب — أموال وجذور تساوي كعاباً: $bx^2 + cx = x^3$
16. أشكال خاصة قابلة للاختزال — كعاب وأموال وأعداد

0.3.2 المعادلات التكعيبية غير القابلة للاختزال (الأصناف الأربعة عشر)

يُعد إنجاز رسالة الخيام الأبرز حله المنهجي للـأربعة عشر معادلة تكعيبية غير قابلة للاختزال. وهذه تتطلب تقاطع القطوع المخروطية لإيجاد حلها الهندسي. نقدمها هنا مع أسمائها العربية ورموزها الحديثة:

الأصناف الأربعة عشر غير القابلة للاختزال

المجموعة الأولى: معادلات ثلاثية ذات قوى متعاقبة

17. الكعب والمال يساويان العدد — كعب ومال يساويان عدداً:

$$x^3 + bx^2 = d$$

18. الكعب والعدد يساويان المال — كعب وعدد يساويان مالاً:

$$x^3 + d = bx^2$$

19. الكعب يساوي المال والعدد — كعب يساوي مالاً وعدداً:

$$x^3 = bx^2 + d$$

المجموعة الثانية: معادلات ثلاثية ذات قوى مختلطة

19. الكعب والجذور يساويان العدد — كعب وجذور يساويان عدداً:

$$x^3 + cx = d$$

20. الكعب والعدد يساويان الجذور — كعب وعدد يساويان جذوراً:

$$x^3 + d = cx$$

21. الكعب يساوي الجذور والعدد — كعب يساوي جذوراً وعدداً:

$$x^3 = cx + d$$

المجموعة الثالثة: معادلات رباعية — ثلاثة حدود في طرف

22. الكعب والأموال يساويان الجذور والعدد — كعب وأموال يساويان جذوراً وعدداً:

$$x^3 + bx^2 = cx + d$$

23. الكعب والجذور يساويان الأموال والعدد — كعب وجذور يساويان أموالاً وعدداً:

$$x^3 + cx = bx^2 + d$$

24. الكعب والأعداد يساويان الأموال والجذور — كعب وأعداد يساويان أموالاً وجذوراً:

$$x^3 + d = bx^2 + cx$$

المجموعة الرابعة: معادلات رباعية — حدان في كل طرف

25. الكعب يساوي الأموال والجذور والأعداد — كعب يساوي أموالاً وجذوراً وأعداداً:

$$x^3 = bx^2 + cx + d$$

0.4 في الحل الهندشي للمعادلات التكعيبية

0.4.1 المبرهنة الأساسية (القضية التمهيدية)

قبل تقديم حلوله، يثبت الخيام مبرهنة أساسية عن الأجسام المستطيلة السطوح (المتوازيات المستطيلات):

مقدمة في المجسمات المتساوية

إذا كان لنا مكعب مستطيل السطوح، قاعدته مربعة، وارتفاعه خط معلوم، وأردنا أن نبني على قاعدة مربعة أخرى مكعباً مستطيلاً مساوياً له، فنحن نجد خطاً يكون النسبة بين ضلع القاعدة الأولى وضلع القاعدة الثانية كالنسبة بين ذلك الخط والارتفاع.

إذا كان لدينا متوازي مستطيلات قاعدته مربعة وارتفاعه خط معلوم، وأردنا أن نبني على قاعدة مربعة أخرى متوازياً مستطيلات مساوياً له، فإننا نجد خطاً بحيث تكون النسبة بين ضلع القاعدة الأولى وضلع القاعدة الثانية كنسبة ذلك الخط إلى الارتفاع.

0.4.2 حل "كعب وجذور يساويان عدداً" $(x^3 + cx = d)$

هذا هو الحالة الأشهر في رسالة الخيام — المعادلة $x^3 + cx = d$ (كعب وجذور يساويان عدداً). يحلها الخيام بتقاطع القطع المكافئ والدائرة.

$x^3 + cx = d$

فلنضرب مثالاً: كعب وجذور يساويان عدداً. فلنجعل العدد مكعباً مستطيل السطوح، قاعدته مربعة، أضلاعها مساوية لعدد الجذور، وارتفاعه خط معلوم. ثم نأخذ قطعاً مكافئاً رأسه نقطة، ومحوره خط مستقيم، ومعلمه مساوٍ لضلع القاعدة. ونصف دائرة على ارتفاع المكعب، فنلقي من نقطة التقاطع القطع المكافئ والدائرة خطاً إلى المحور، فذلك الخط هو الجذر المطلوب.

لنضرب مثالاً: كعب وجذور يساويان عدداً. نجعل العدد متوازياً مستطيلات قاعدته مربعة، أضلاعها مساوية لعدد الجذور، وارتفاعه خط معلوم. ثم نأخذ قطعاً مكافئاً رأسه نقطة، ومحوره خط مستقيم، ومعلمه مساوٍ لضلع القاعدة؛ ونرسم دائرة على ارتفاع المتوازي. من نقطة التقاطع القطع المكافئ والدائرة نلقي خطاً إلى المحور: فذلك الخط هو الجذر المطلوب.

التركيب الهندشي

يتم التركيب على النحو التالي:

1. ليكن $b^2 = c$ (معامل x)، وليكن $b^2h = d$ (الحد الثابت) بحيث h)
2. $y^2 = bx$ ، بحيث لأي نقطة على القطع المكافئ:b ومعلم BZ ومحور B نرسم قطعاً مكافئاً برأس
3. كقطر نرسم نصف دائرة h ، وعلىB عند h ننصب عموداً
4. لتقطع نصف الدائرة القطع المكافئ عند النقطة D
5. عموداً على BZ ، DZ وعموداً على h DE نلقي من D
6. هو الجذر المطلوب $y = BE$ فيكون

البرهان

بخاصية القطع المكافئ:

$$y^2 = bx \quad \Longrightarrow \quad \frac{x}{y} = \frac{y}{b}$$

بخاصية الدائرة (ذات القطر h:)

$$x^2 = y(h - y)$$

من هذين:

$$\frac{y}{b} = \frac{x}{y} = \frac{h - y}{x}$$

في تناسب متسلسل. $b : y = y : x = x : (h - y)$ وبالتالي

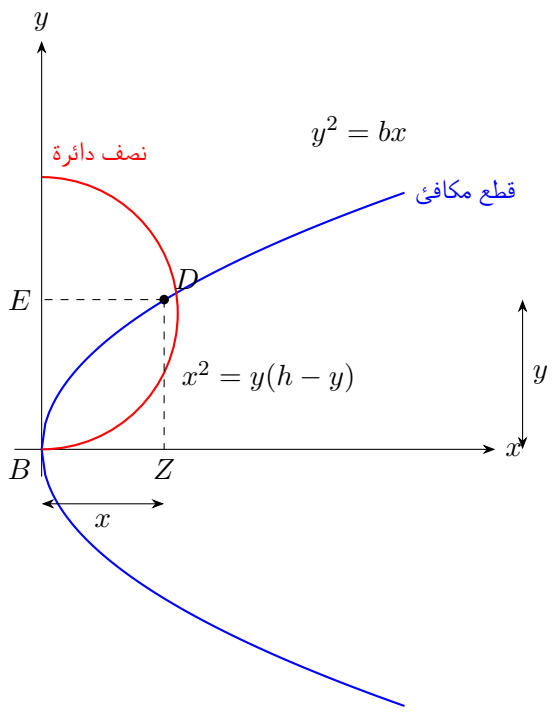

Figure 1: تركيب الخيام لـ $x^3 + cx = d$ بتقاطع القطع المكافئ ونصف الدائرة

من $b^2 : y^2 = b : (h-y)$ نحصل على:

$$b^2(h-y) = y^3$$
$$b^2h - b^2y = y^3$$
$$y^3 + b^2y = b^2h$$

باستبدال $c = b^2$ و $d = b^2h$:

$$\boxed{y^3 + cy = d}$$

0.5 الأصناف الباقية غير القابلة للاختزال

0.5.1 ملخص أزواج القطوع المخروطية لكل صنف

يلخص الجدول التالي أزواج القطوع المخروطية المستخدمة لكل من الأصناف الأربعة عشر، منظمة حسب العائلات الهندسية الخمس التي وضعها الخيام:

التسمية العربية عند الخيام	القطوع المخروطية	المعادلة
دائرة ومكافئ	دائرة ومكافئ	$x^3 + bx^2 = d$
مكافئ وزائد	مكافئ وزائد	$x^3 + d = bx^2$
مكافئ وزائد	مكافئ وزائد	$x^3 = bx^2 + d$
دائرة ومكافئ	دائرة ومكافئ	$x^3 + cx = d$
مكافئ وزائد	مكافئ وزائد	$x^3 + d = cx$
مكافئ وزائد	مكافئ وزائد	$x^3 = cx + d$
دائرة وزائد	دائرة وزائد	$x^3 + bx^2 = cx + d$
دائرة وزائد	دائرة وزائد	$x^3 + cx = bx^2 + d$
دائرة وزائد	دائرة وزائد	$x^3 + d = bx^2 + cx$
زائدان	زائدان	$x^3 = bx^2 + cx + d$

0.5.2 في وجود الحلول وتعددها

يناقش الخيام بعناية الشروط التي توجد عندها حلول. يلاحظ أن بعض المعادلات التكعيبية قد يكون لها:

- لا حل (حقيقي موجب)
- حل واحد موجب
- حلان موجبان

واعلم أن بعض هذه الأصناف قد يكون له حل واحد، وبعضها قد يكون له حلان، وبعضها لا يمكن أن يوجد إلا بشرط. فإذا كان القطعان لا يلتقيان فلا حل للمسألة، وإذا كانا يلتقيان في نقطة واحدة فحل واحد، وإذا كانا يلتقيان في نقطتين فحلان.

اعلم أن بعض هذه الأصناف قد يكون له حل واحد، وبعضها قد يكون له حلان، وبعضها لا يمكن إيجاده إلا بشرط. إذا لم يتقاطع القطعان فلا حل للمسألة، وإذا تقاطعا في نقطة واحدة فحل واحد، وإذا تقاطعا في نقطتين فحلان.

0.5.3 الصنف الخامس والعشرون: كعب يساوي أموالاً وجذوراً وأعداداً

الحالة الأخيرة ($x^3 = bx^2 + cx + d$) هي الأكثر تعقيداً:

وأما الصنف الخامس والعشرون: كعب يساوي أموالاً وجذوراً وأعداداً، فإنه يحتاج إلى قطعين زائدين مختلفين. فنصنع قطعاً زائداً له أحد محوريه على امتداد الخط المعلوم، ونصنع قطعاً زائداً آخر له أحد محوريه على امتداد الخط الآخر، ونلقي من نقطة التقاطعهما خطاً إلى الموضع المعلوم، فهو الجذر المطلوب.

أما الصنف الخامس والعشرون: الكعب يساوي أموالاً وجذوراً وأعداداً، فيتطلب قطعين زائدين مختلفين. نصنع قطعاً زائداً أحد محوريه على امتداد الخط المعروف، ونصنع قطعاً زائداً آخر أحد محوريه على امتداد الخط الآخر؛ ومن نقطة تقاطعهما نلقي خطاً إلى الموضع المعروف، فهو الجذر المطلوب.

0.6 مسائل وتطبيقات

0.6.1 قسمة عشرة إلى جزأين

يوضح الخيام طريقته بمسألة تؤدي إلى معادلة تكعيبية:

مسألة

مسألة: قال قائل: قسّم عشرة إلى جزأين، بحيث يكون مجموع مربعي الجزأين مع خارج قسمة الكبير على الصغير اثنين وسبعين.

قال شخص: اقسم عشرة إلى جزأين بحيث يكون مجموع مربعي الجزأين مع خارج قسمة الأكبر على الأصغر اثنين وسبعين.

الحل. الشرط يعطي: $10 - x$. فالجزء الأصغر هو x لنكن الجزء الأكبر .

$$x^2 + (10 - x)^2 + \frac{x}{10 - x} = 72$$

بتبسيط:

$$2x^2 - 20x + 100 + \frac{x}{10 - x} = 72$$

وهذا يؤدي إلى:

$$x^3 + 200x = 20x^2 + 2000$$

، وتحل بتقاطع دائرة وزائد. $x^3 + cx = bx^2 + d$ وهي من الصنف

0.6.2 في مضاعفة المكعب

يُبين الخيام أن مسألة مضاعفة المكعب القديمة تُعادل حل المعادلة $x^3 = 2a^3$، وهي ضمن تصنيفه بصنف «كعب يساوي عدداً»:

ومن ذلك مضاعفة المكعب، وهي مسألة مشهورة بين القدماء. فإنها تؤول إلى أن كعباً يساوي عدداً، والعدد هو مضاعفة المكعب المعطى.

ومنها مضاعفة المكعب، وهي مسألة مشهورة بين القدماء. فإنها تختزل إلى أن الكعب يساوي عدداً، والعدد هو مضاعفة المكعب المعطى.

0.7 كلمات ختامية

يختتم الخيام رسالته بتأملات في طبيعة الجبر وعلاقته بالهندسة:

وقد أتممنا ما أردنا من جمع أصناف المسائل الجبرية، ووضع البراهين عليها. ونحن نعلم أن بعض الناس يعتقدون أن الجبر بريء من البرهان الهندشي، ولكن هذا باطل. فإن الأصناف التي ذكرناها لا يمكن أن تُبرهن إلا بالقطوع المخروطية أو بغيرها من الأدلة الهندسية. والجبر والمقابلة إنما هما وسيلة لاستخراج المجهول، والبرهان على صحة ذلك إنما هو بالهندسة.

لقد أكملنا ما قصدناه من جمع أصناف المسائل الجبرية ووضع البراهين عليها. نعلم أن بعض الناس يعتقدون أن الجبر خالٍ من البرهان الهندشي، ولكن هذا باطل. فإن الأصناف التي ذكرناها لا يمكن إثباتها إلا بالقطوع المخروطية أو بوسائل هندسية أخرى. الجبر والمقابلة إنما هما وسيلة لاستخراج المجهول، والبرهان على صحة ذلك هو بالهندسة.

والله ولي التوفيق.

والله مصدر كل توفيق.

تمت الرسالة

End of the Treatise

ملاحظة المحرر

هذه النسخة مبنية أساساً على مخطوطة لاهور من القرن الثالث عشر (Smith MS Oriental 45، مكتبة الكتب النادرة بجامعة كولومبيا)، مع الرجوع إلى المصادر التالية:

- Woepcke, F. L'Algèbre d'Omar Alkhayyâmî. Paris, .1851
- Kasir, D. S. The Algebra of Omar Khayyam. New York: Teachers College Press, .1931
- Rashed, R. and Vahabzadeh, B. Omar Khayyam, the Mathematician. New York: Bibliotheca Persica Press, .2000

تم تسوية النص العربي لتسهيل القراءة مع الحفاظ على المفردات التقنية والمحتوى الرياضي للأصل.
تمثل التراكيب الهندسية بالرموز الحديثة مع الحفاظ على البنية المنطقية لبراهين الخيام.

Mathematical typesetting via amsmath and TikZ